J. E. F. T. Ribeiro

Centro de Física das Interacções Fundamentais (CFIF), Departamento de Física,
Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, P-1049-001
Lisboa, Portugal

Elementos de Teoria de Campos

- Vimos na lição anterior que o fenómeno do $S\chi SB$ também acontecia para Hamiltonianos do tipo,

$$\int dt H = \int d^4x\, q^{+}(x) \left(m\beta - i\vec{\alpha}.\,\vec{\nabla} \right) q(x) + \int \frac{d^4x\ d^4y}{2} J^a_\mu(x) K^{ab}_{\mu\nu}(x-y) J^b_\nu(y),$$

com $J^a_\mu(x) = \overline{q}(x)\gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q(x)$. O que é $\boxed{K^{ab}_{\mu\nu}(x-y)}$?

Elementos de Teoria de Campos

- Vimos na lição anterior que o fenómeno do $S\chi SB$ também acontecia para Hamiltonianos do tipo,

$$\int dtH = \int d^4x\, q^+(x)\left(m\beta - i\overrightarrow{\alpha}.\,\overrightarrow{\nabla}\right) q(x) + \int \frac{d^4x\; d^4y}{2} J^a_\mu(x) K^{ab}_{\mu\nu}(x-y) J^b_\nu(y),$$

com $J^a_\mu(x) = \overline{q}(x)\gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q(x)$. O que é $\boxed{K^{ab}_{\mu\nu}(x-y)}$?

- Uma viagem curta por terras da Electrodinâmica Quântica:
  -Paisagem paradigmática de uma teoria de Campo Abeliana e antecâmara para as teorias de campo não abelianas

Elementos de Teoria de Campos

- Vimos na lição anterior que o fenómeno do $S\chi SB$ também acontecia para Hamiltonianos do tipo,

$$\int dtH = \int d^4x\, q^+(x) \left(m\beta - i\overrightarrow{\alpha}.\overrightarrow{\nabla} \right) q(x) + \int \frac{d^4x\; d^4y}{2} J_\mu^a(x) K_{\mu\nu}^{ab}(x-y) J_\nu^b(y),$$

com $J_\mu^a(x) = \overline{q}(x)\gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q(x)$. O que é $\boxed{K_{\mu\nu}^{ab}(x-y)}$?

- Uma viagem curta por terras da Electrodinâmica Quântica:
  -Paisagem paradigmática de uma teoria de Campo Abeliana e antecâmara para as teorias de campo não abelianas

- Em teoria de campo define-se a função de partição $Z[j]$ como,
  $Z[j] = \int \mathcal{D}\left[\phi\right] e^{i\left(S[\phi] + \int d^dx\, J(x)\phi(x)\right)}$ com o propagador

$$\langle \phi(x_1)\phi(x_2) \rangle = -\frac{\delta}{\delta\left[J(x_1)\right]} \frac{\delta}{\delta\left[J(x_2)\right]} \log Z[J]|_{J\equiv 0}$$

Elementos de Teoria de campos e QCD

- No caso de QED temos **a menos de divergências*

  $S\left[\Psi,\bar{\Psi}\right]=\int d^4\mathcal{L}\left[\psi,\bar{\Psi},A\right]$

  $\mathcal{L}\left[\psi,\bar{\Psi},A\right]=\bar{\Psi}\left(i\gamma^{\mu}\mathcal{D}_{\mu}-m\right)\Psi-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}+\mathcal{G}\left[A\right]$

  $\mathcal{D}\left[\phi\right]\rightarrow\mathcal{D}\left[A\right]\mathcal{D}\left[\bar{\Psi}\right]\mathcal{D}\left[\Psi\right]$

Elementos de Teoria de campos e QCD

- No caso de QED temos $_*$*a menos de divergências*

$$S\left[\Psi,\bar{\Psi}\right]=\int d^4\mathcal{L}\left[\psi,\bar{\Psi},A\right]$$

$$\mathcal{L}\left[\psi,\bar{\Psi},A\right]=\bar{\Psi}\left(i\gamma^{\mu}\mathcal{D}_{\mu}-m\right)\Psi-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}+\mathcal{G}\left[A\right]$$

$$\mathcal{D}\left[\phi\right]\rightarrow\mathcal{D}\left[A\right]\mathcal{D}\left[\bar{\Psi}\right]\mathcal{D}\left[\Psi\right]$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\mathcal{D}_{\mu}=\partial_{\mu}-eA_{\mu}\\ \mathcal{G}\left[A\right]\;=\;por.ex.\;=\\ -\frac{\mu^2}{2}A^2-\frac{1}{2\alpha}(\partial\cdot A)^2\end{array}}$$

Elementos de Teoria de campos e QCD

- No caso de QED temos $_*$*a menos de divergências*

  $S\left[\Psi,\bar{\Psi}\right]=\int d^4\mathcal{L}\left[\psi,\bar{\Psi},A\right]$

  $\mathcal{L}\left[\psi,\bar{\Psi},A\right]=\bar{\Psi}\left(i\gamma^{\mu}\mathcal{D}_{\mu}-m\right)\Psi-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}+\mathcal{G}\left[A\right]$

  $\mathcal{D}\left[\phi\right]\rightarrow\mathcal{D}\left[A\right]\mathcal{D}\left[\bar{\Psi}\right]\mathcal{D}\left[\Psi\right]$

$\mathcal{D}_{\mu}=\partial_{\mu}-eA_{\mu}$
$\mathcal{G}\left[A\right]\;=\;por.ex.\;=$
$-\frac{\mu^2}{2}A^2-\frac{1}{2\alpha}(\partial\cdot A)^2$

- Logo

  $\langle\mathcal{T}\left(e^{-ie\bar{\Psi}\not{A}\Psi}\right)\rangle=\int\mathcal{D}\left[A\right]e^{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}+\Delta[\mathcal{G}[A]]}\mathcal{T}\left(e^{-ie\bar{\Psi}\not{A}\Psi}\right)=$

  $=\mathcal{T}\left(e^{\frac{1}{2}\left(\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\Psi\right)_x-e^2\langle A_{\mu}(x)A_{\nu}(y)\rangle\left(\bar{\Psi}\gamma^{\nu}\Psi\right)_y}\right)$

Desde que
$\langle A\rangle=0$

Elementos de Teoria de campos e QCD

- No caso de QED temos $_*$*a menos de divergências*

  $$S\left[\Psi, \bar{\Psi}\right] = \int d^4 \mathcal{L}\left[\psi, \bar{\Psi}, A\right]$$

  $$\mathcal{L}\left[\psi, \bar{\Psi}, A\right] = \bar{\Psi}\left(i\gamma^{\mu}\mathcal{D}_{\mu} - m\right)\Psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \mathcal{G}\left[A\right]$$

  $$\mathcal{D}\left[\phi\right] \rightarrow \mathcal{D}\left[A\right]\mathcal{D}\left[\bar{\Psi}\right]\mathcal{D}\left[\Psi\right]$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathcal{D}_{\mu} = \partial_{\mu} - eA_{\mu} \\ \mathcal{G}\left[A\right] \; = \; por.ex. \; = \\ -\frac{\mu^2}{2}A^2 - \frac{1}{2\alpha}(\partial \cdot A)^2 \end{array}}$$

- Logo

  $$\langle \mathcal{T}\left(e^{-ie\bar{\Psi}\not{A}\Psi}\right)\rangle = \int \mathcal{D}\left[A\right] e^{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \Delta[\mathcal{G}[A]]}\mathcal{T}\left(e^{-ie\bar{\Psi}\not{A}\Psi}\right) =$$

  $$= \mathcal{T}\left(e^{\frac{1}{2}\left(\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\Psi\right)_x - e^2\langle A_{\mu}(x)A_{\nu}(y)\rangle\left(\bar{\Psi}\gamma^{\nu}\Psi\right)_y}\right)$$

- Isto implica que,

  $$K(x,y) = e^2\langle A_{\mu}(x)A_{\nu}(y)\rangle$$

Desde que
$\langle A\rangle = 0$

Elementos de Teoria de campos e QCD

- No caso de QED temos $_*$*a menos de divergências*

  $S\left[\Psi,\bar{\Psi}\right]=\int d^4\mathcal{L}\left[\psi,\bar{\Psi},A\right]$

  $\mathcal{L}\left[\psi,\bar{\Psi},A\right]=\bar{\Psi}\left(i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu-m\right)\Psi-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}+\mathcal{G}\left[A\right]$

  $\mathcal{D}\left[\phi\right]\rightarrow\mathcal{D}\left[A\right]\mathcal{D}\left[\bar{\Psi}\right]\mathcal{D}\left[\Psi\right]$

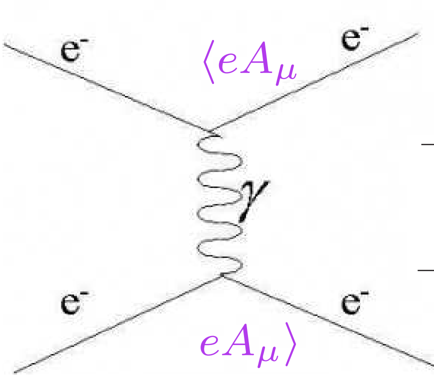
$\mathcal{D}_\mu=\partial_\mu-eA_\mu$
$\mathcal{G}\left[A\right]\ =\ por.ex.\ =$
$-\frac{\mu^2}{2}A^2-\frac{1}{2\alpha}(\partial\cdot A)^2$

- Logo

  $\langle\mathcal{T}\left(e^{-ie\bar{\Psi}\not{A}\Psi}\right)\rangle=\int\mathcal{D}\left[A\right]e^{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}+\Delta[\mathcal{G}[A]]}\mathcal{T}\left(e^{-ie\bar{\Psi}\not{A}\Psi}\right)=$

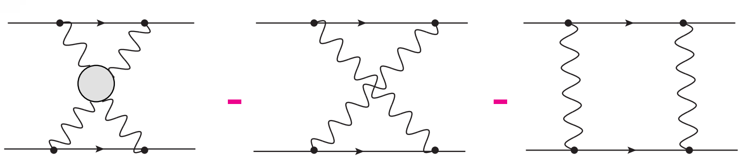
  $=\mathcal{T}\left(e^{\frac{1}{2}\left(\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi\right)_x-e^2\langle A_\mu(x)A_\nu(y)\rangle\left(\bar{\Psi}\gamma^\nu\Psi\right)_y}\right)$

Desde que
$\langle A\rangle=0$



- Isto implica que,

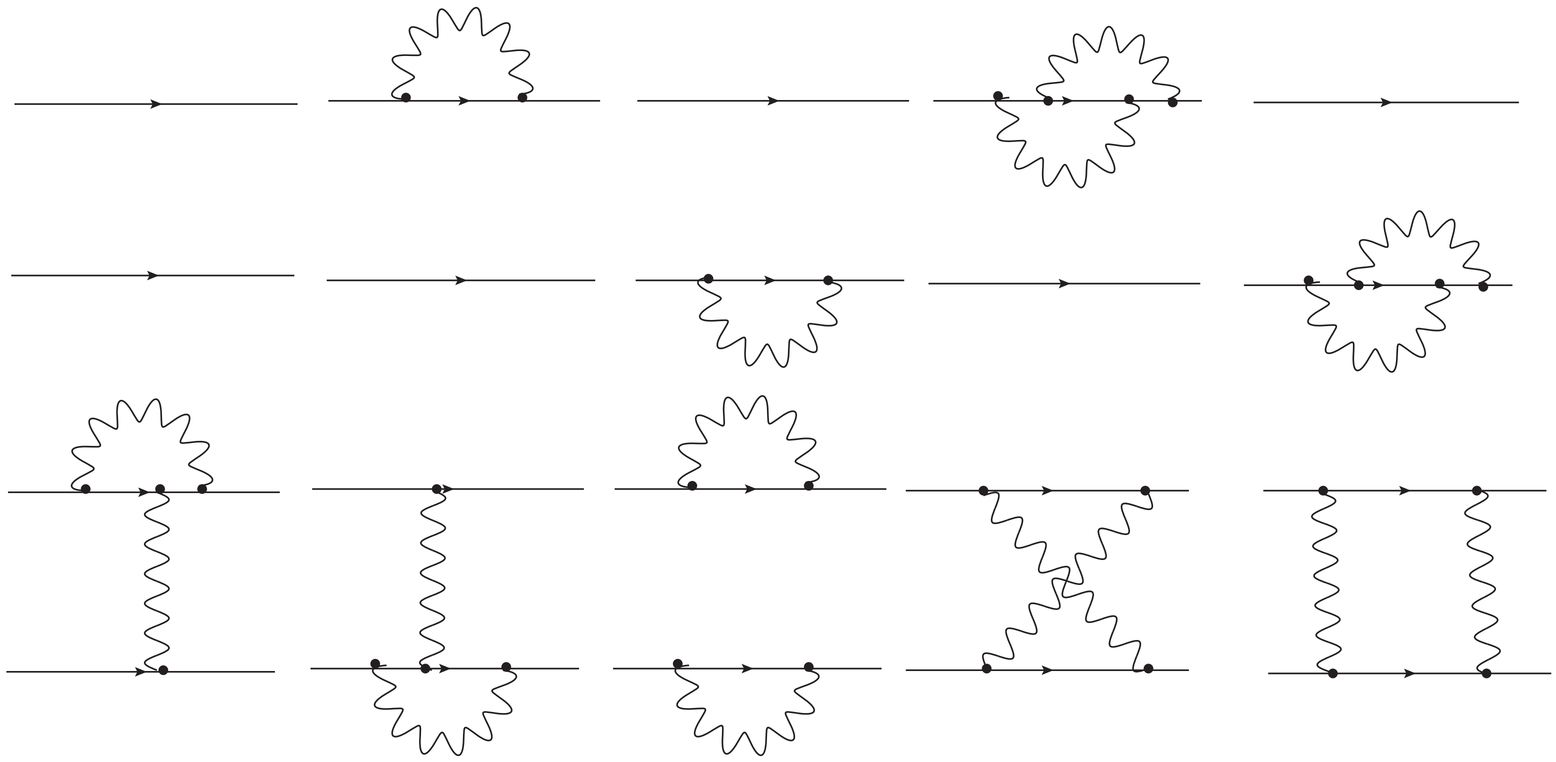
  $K(x,y)=e^2\langle A_\mu(x)A_\nu(y)\rangle$



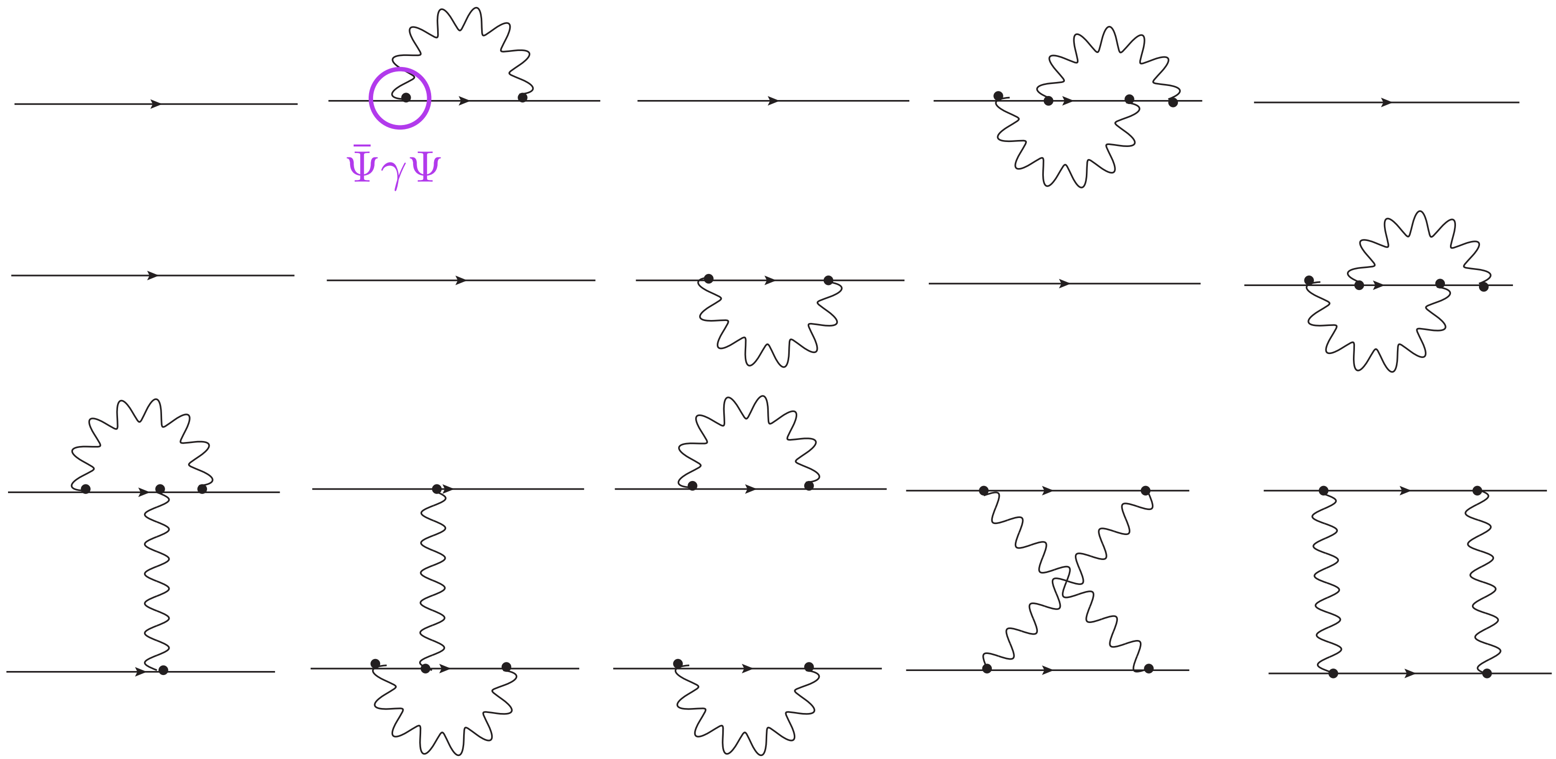
- -

=0

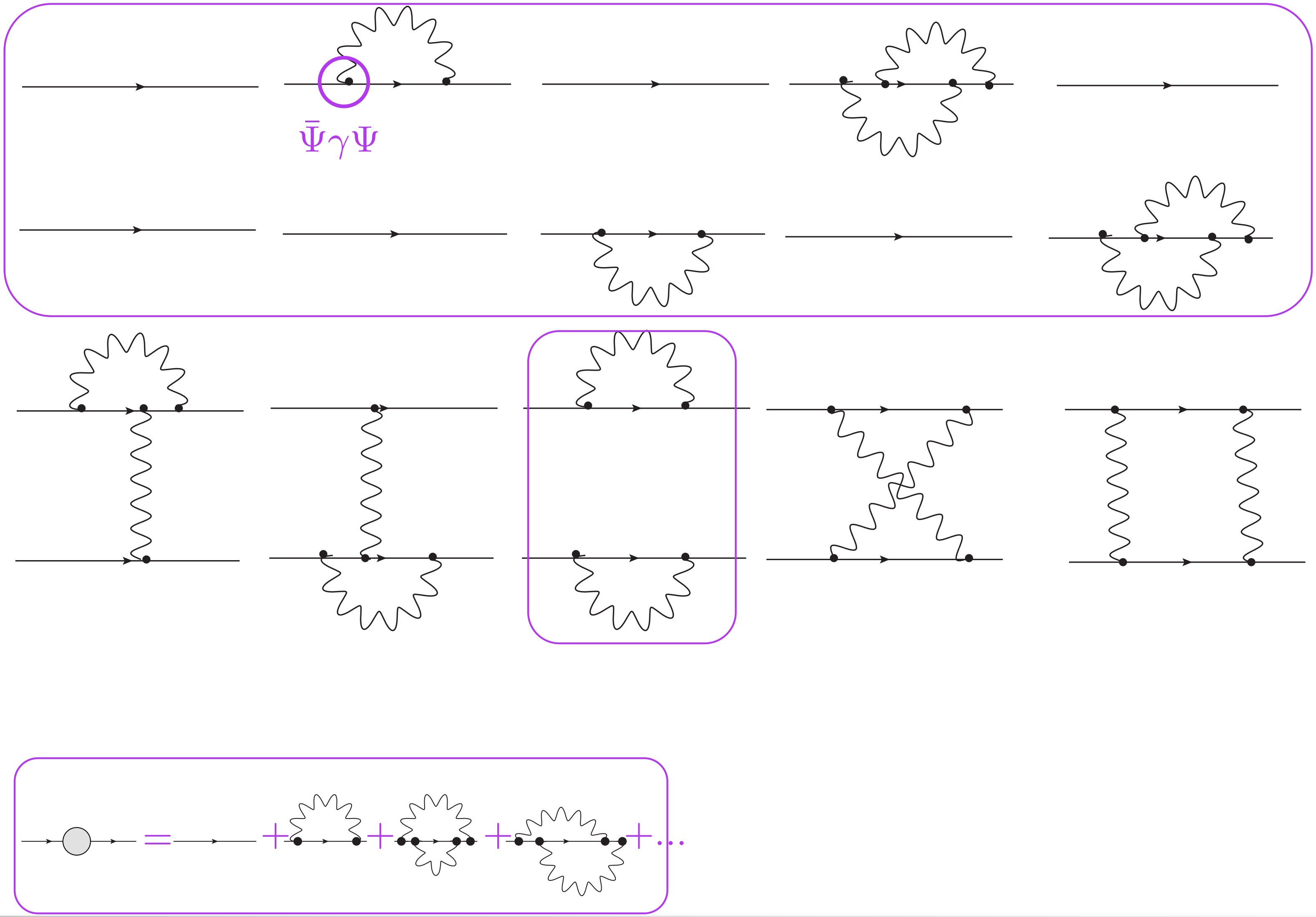
Elementos de Teoria de Campos



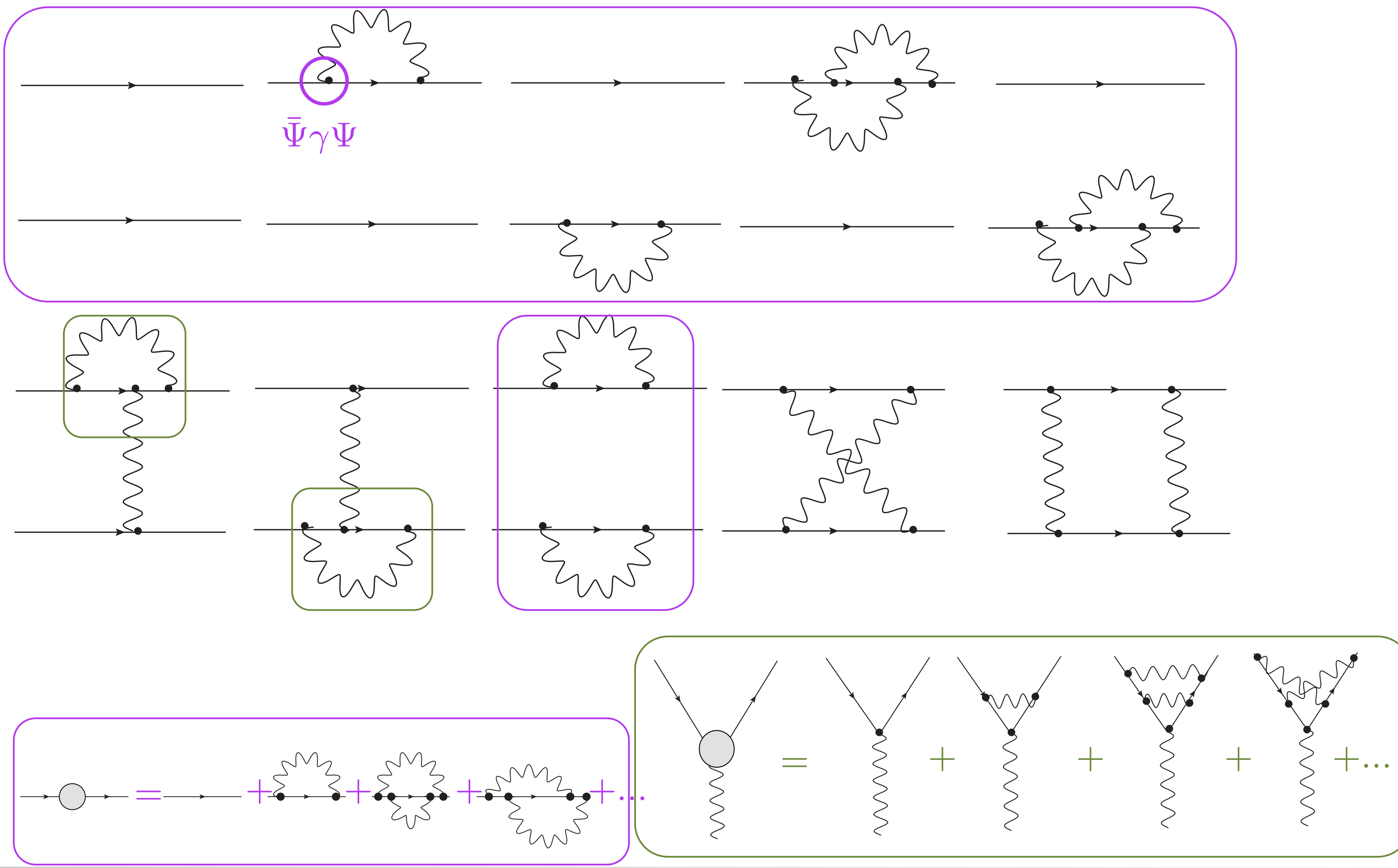
Elementos de Teoria de Campos



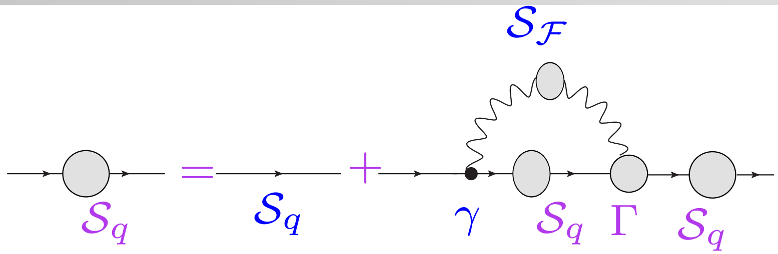
Elementos de Teoria de Campos



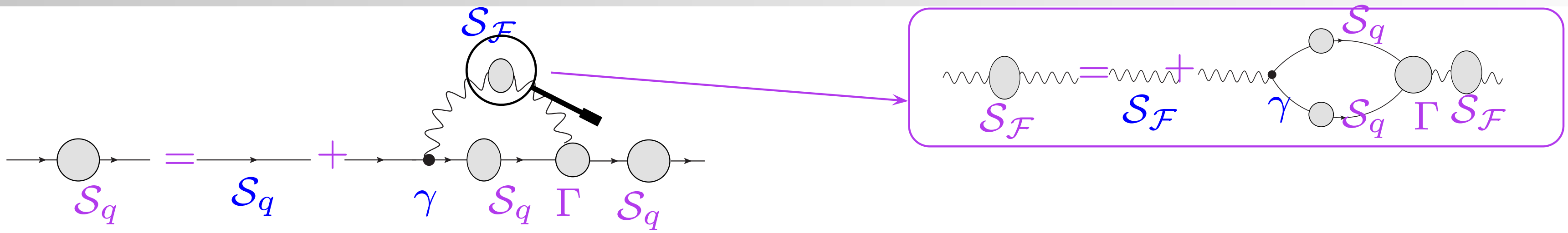
Elementos de Teoria de Campos



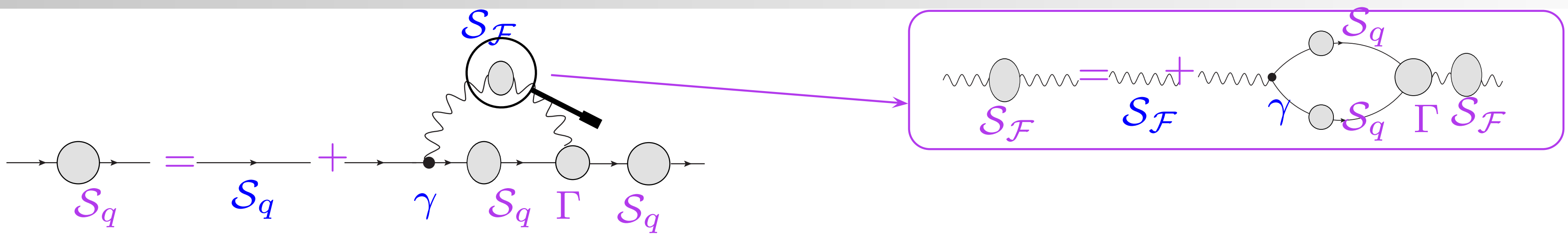
Elementos de Teoria de Campos



Elementos de Teoria de Campos

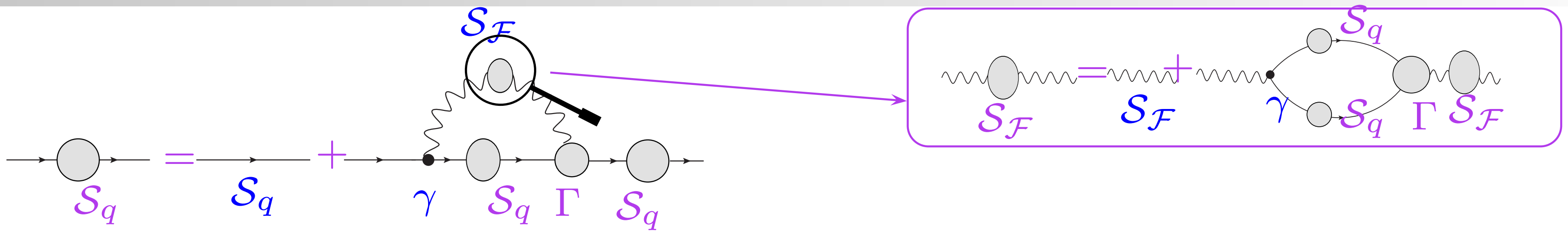


Elementos de Teoria de Campos

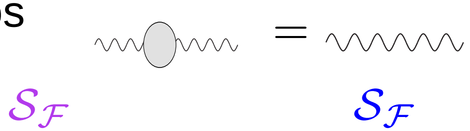


- Mas como é que dependem as equações acima (Equações de Dyson-Schwinger) nas diferentes escolhas de gauge ? Temos para QED as Identidades de Ward
  $i\,(p - p')^{\mu}\,\Gamma_{\mu}(p', p) = \mathcal{S}_{\mathcal{F}}^{-1}(p') - \mathcal{S}_{\mathcal{F}}^{-1}(p)$

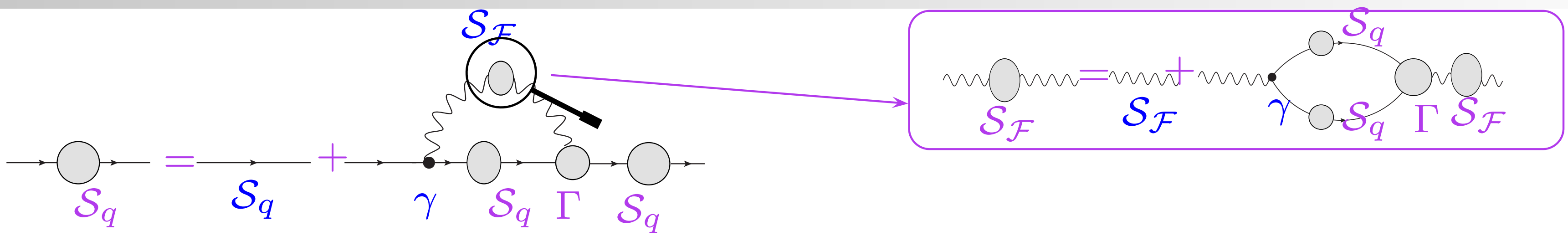
Elementos de Teoria de Campos



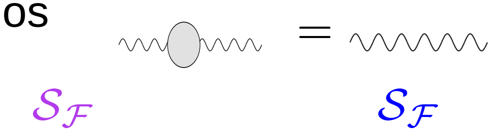
- Mas como é que dependem as equações acima (Equações de Dyson-Schwinger) nas diferentes escolhas de gauge ? Temos para QED as Identidades de Ward $i\,(p-p')^{\mu}\,\Gamma_{\mu}(p',p) = \mathcal{S}_{\mathcal{F}}^{-1}(p') - \mathcal{S}_{\mathcal{F}}^{-1}(p)$
- Considermos, apenas para ilustração , o caso em que $\langle A_\mu A_\nu \rangle$ é dado por uma interação instantânea $\mathcal{K}(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y})$. Neste caso temos

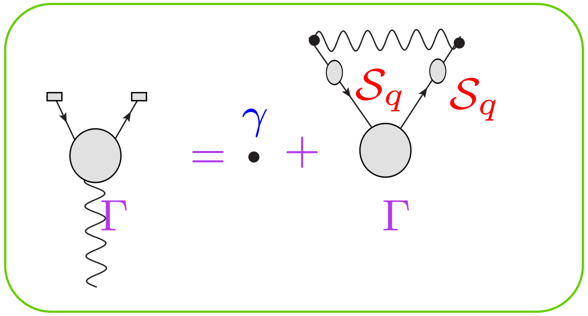


Elementos de Teoria de Campos

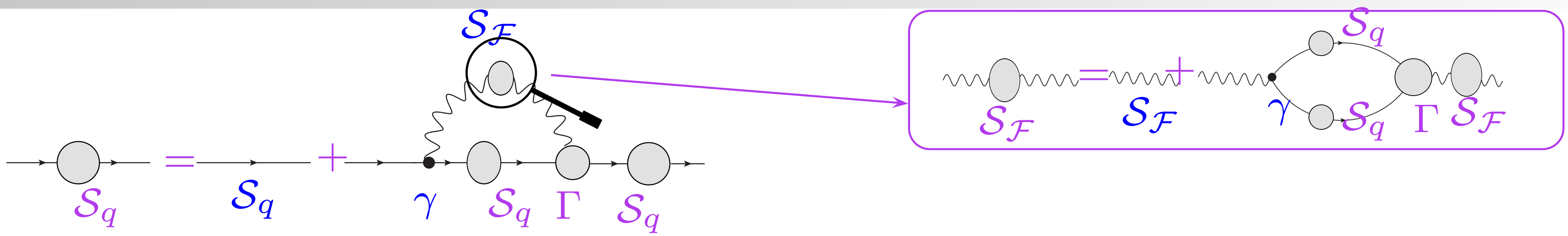


- Mas como é que dependem as equações acima (Equações de Dyson-Schwinger) nas diferentes escolhas de gauge ? Temos para QED as Identidades de Ward
$i\,(p-p')^{\mu}\,\Gamma_{\mu}(p',p) = \mathcal{S}_{\mathcal{F}}^{-1}(p') - \mathcal{S}_{\mathcal{F}}^{-1}(p)$
- Considermos, apenas para ilustração , o caso em que $\langle A_{\mu} A_{\nu}\rangle$ é dado por uma interação instantânea $\mathcal{K}(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y})$. Neste caso temos

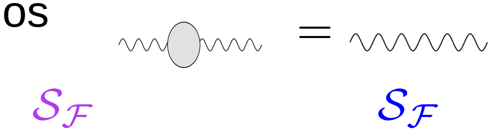


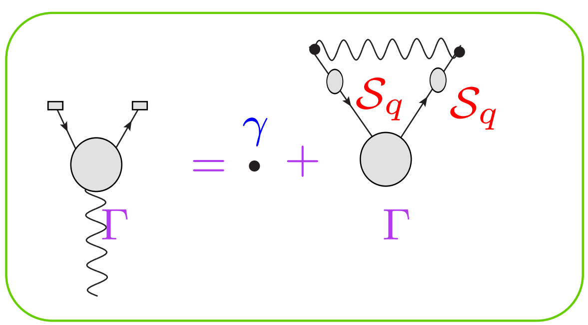


Elementos de Teoria de Campos



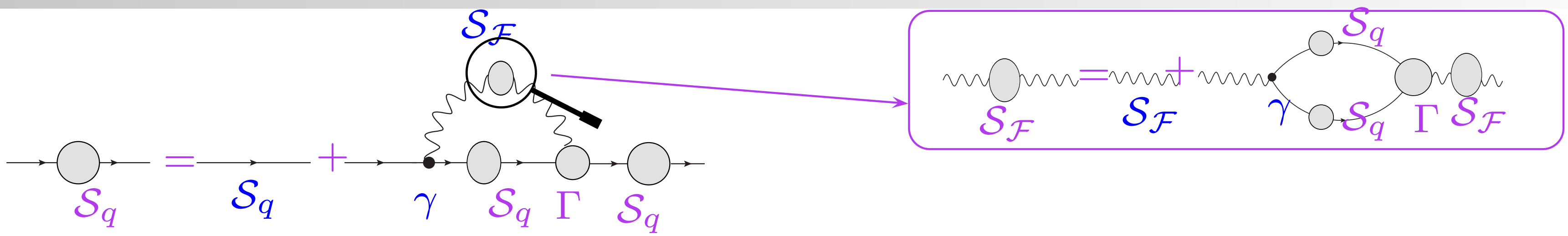
- Mas como é que dependem as equações acima (Equações de Dyson-Schwinger) nas diferentes escolhas de gauge ? Temos para QED as Identidades de Ward
  $i\,(p-p')^\mu\,\Gamma_\mu(p',p) = \mathcal{S}_\mathcal{F}^{-1}(p') - \mathcal{S}_\mathcal{F}^{-1}(p)$
- Considermos, apenas para ilustração , o caso em que $\langle A_\mu A_\nu \rangle$ é dado por uma interação instantânea $\mathcal{K}(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y})$. Neste caso temos



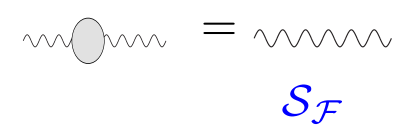


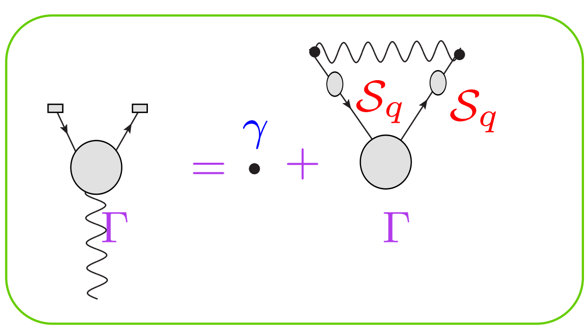
$\Gamma_\mu(p,p') = \gamma_\mu +$
$= i\int \mathcal{K}(q)\Omega\mathcal{S}_q(p'+q)\Gamma_\mu(p'+q,p+q)\mathcal{S}_q(p+q)\Omega$

Elementos de Teoria de Campos



- Mas como é que dependem as equações acima (Equações de Dyson-Schwinger) nas diferentes escolhas de gauge ? Temos para QED as Identidades de Ward $i\,(p-p')^\mu\,\Gamma_\mu(p',p) = \mathcal{S}_\mathcal{F}^{-1}(p') - \mathcal{S}_\mathcal{F}^{-1}(p)$
- Considermos, apenas para ilustração , o caso em que $\langle A_\mu A_\nu\rangle$ é dado por uma interação instantânea $\mathcal{K}(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y})$. Neste caso temos



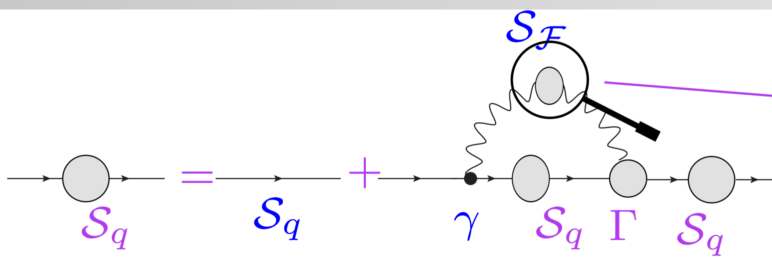


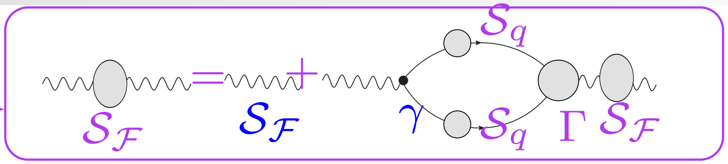
$p - p'$

$\Gamma_\mu(p,p') = \gamma_\mu +$
$= i\int \mathcal{K}(q)\Omega\mathcal{S}_q(p'+q)\Gamma_\mu(p'+q,p+q)\mathcal{S}_q(p+q)\Omega$

$(p+q) - (p'+q)$

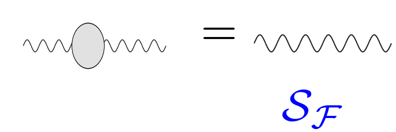
Elementos de Teoria de Campos

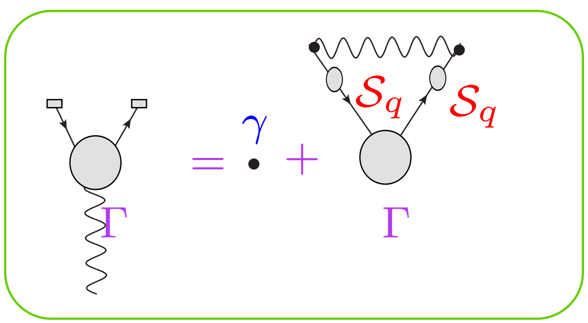




- Mas como é que dependem as equações acima (Equações de Dyson-Schwinger) nas diferentes escolhas de gauge ? Temos para QED as Identidades de Ward
$i\,(p-p')^{\mu}\,\Gamma_{\mu}(p',p) = \mathcal{S}_{\mathcal{F}}^{-1}(p') - \mathcal{S}_{\mathcal{F}}^{-1}(p)$

- Considermos, apenas para ilustração , o caso em que $\langle A_\mu A_\nu \rangle$ é dado por uma interação instantânea $\mathcal{K}(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y})$. Neste caso temos





$\boxed{p - p'}$

$$\Gamma_{\mu}(p,p') = \gamma_{\mu} +$$
$$= i\int \mathcal{K}(q)\Omega\mathcal{S}_q(p'+q)\Gamma_{\mu}(p'+q,p+q)\mathcal{S}_q(p+q)\Omega$$

$$\mathcal{S}_q^{-1} = -i\not{p}' - i\int \mathcal{K}(q)\Omega\mathcal{S}_q(p'+q)\Omega$$

$\boxed{(p+q) - (p'+q)}$

Elementos de Teoria de Campos

- Em que $\Sigma(p) = i\int \frac{d^4p'}{2\pi)^4}\mathcal{K}(p-p')\Omega(\not{p}'-m-\Sigma(p'))^{-1}\Omega$, e em que,

- $$\mathcal{S}_q(p) = \frac{i}{\not{p}-m-\underbrace{(A(p)-m)-(p-B(p))\hat{\not{p}}}_{\Sigma(p)}} \qquad \begin{array}{l} A(p) = E(p)\sin(\varphi(p)) \\ \\ B(p) = E(p)\cos(\varphi(p)) \end{array}$$

Elementos de Teoria de Campos

- Em que $\Sigma(p) = i\int \frac{d^4p'}{2\pi)^4}\mathcal{K}(p-p')\Omega(\not p' - m - \Sigma(p'))^{-1}\Omega$, e em que,

- $$\mathcal{S}_q(p) = \frac{i}{\not p - m - \underbrace{(A(p) - m) - (p - B(p))\hat{\not p}}_{\Sigma(p)}} \qquad \begin{array}{l} A(p) = E(p)\sin(\varphi(p)) \\ \\ B(p) = E(p)\cos(\varphi(p)) \end{array}$$

- $\hat{\mathcal{H}} = A(p)_{[\mathcal{K}]}\gamma_0 + B(p)_{[\mathcal{K}]}\alpha\cdot\hat{p} \rightarrow \beta\, m + \alpha\cdot p$ when $\mathcal{K} \rightarrow 0$, e $p\,\hat{\not p} = \gamma^i p_i$.

Elementos de Teoria de Campos

- Em que $\Sigma(p) = i \int \frac{d^4 p'}{2\pi)^4} \mathcal{K}(p - p')\Omega(\not p' - m - \Sigma(p'))^{-1}\Omega$, e em que,

- $$\mathcal{S}_q(p) = \frac{i}{\not p - m - \underbrace{(A(p) - m) - (p - B(p))\hat{\not p}}_{\Sigma(p)}} \qquad \begin{aligned} A(p) &= E(p)\sin(\varphi(p)) \\ B(p) &= E(p)\cos(\varphi(p)) \end{aligned}$$

- $\hat{\mathcal{H}} = A(p)_{[\mathcal{K}]}\gamma_0 + B(p)_{[\mathcal{K}]}\alpha \cdot \hat{p} \longrightarrow \beta\, m + \alpha \cdot p$ when $\mathcal{K} \longrightarrow 0$, e $p\ \hat{\not p} = \gamma^i p_i$.

- *Por outras palavras as Identidades de Ward “escolhem” o bom espaço de Fock e são equivalentes a não termos termos anómalos de Bogolioubov que, a existirem, violariam a invariância de translações no tempo* $e^{i\hat{\mathcal{H}}t}|0\rangle \neq |0\rangle$

Elementos de Teoria de Campos

- Em que $\Sigma(p) = i \int \frac{d^4 p'}{2\pi)^4} \mathcal{K}(p - p')\Omega(\not{p}' - m - \Sigma(p'))^{-1}\Omega$, e em que,

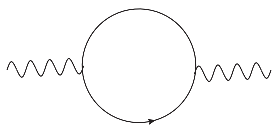
- $$\mathcal{S}_q(p) = \frac{i}{\not{p} - m - \underbrace{(A(p) - m) - (p - B(p))\hat{\not{p}}}_{\Sigma(p)}} \qquad A(p) = E(p)\sin(\varphi(p))$$
  $$B(p) = E(p)\cos(\varphi(p))$$

- $\hat{\mathcal{H}} = A(p)_{[\mathcal{K}]}\gamma_0 + B(p)_{[\mathcal{K}]}\alpha \cdot \hat{p} \to \beta\, m + \alpha \cdot p$ when $\mathcal{K} \to 0$, e $p\ \hat{\not{p}} = \gamma^i p_i$.

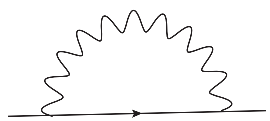
- *Por outras palavras as Identidades de Ward "escolhem" o bom espaço de Fock e são equivalentes a não termos termos anómalos de Bogolioubov que, a existirem, violariam a invariância de translações no tempo* $e^{i\hat{\mathcal{H}}t}|0\rangle \neq |0\rangle$

- Para teorias de gauge não abelianas, tal como QCD, muito da estratégia já esboçada continua válida mas com obstruções significativas que derivam de termos que considerar correlações não gaussianas $\langle\langle A_\mu A_\nu A_\rho\rangle\rangle$, $\langle\langle A_\mu A_\nu A_\rho A_\delta\rangle\rangle$... Na prática o que se tem feito é considerar apenas $\mathcal{K} = \langle A_\mu A_\nu\rangle$. Esta trunacagem viola a invariância de gauge da teoria.

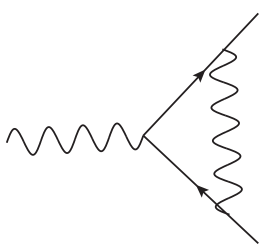
De volta a QED



Não é finito

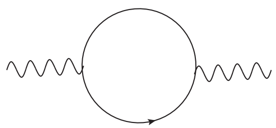


Não é finito

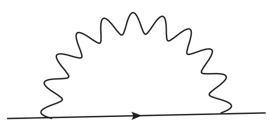


Não é finito

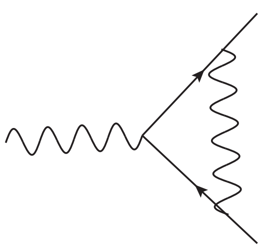
De volta a QED



Não é finito $\longrightarrow \Delta_{\mathcal{L}3} = -\frac{1}{4}(Z_3 - 1)\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}$

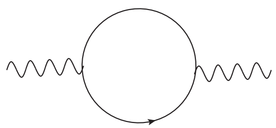


Não é finito

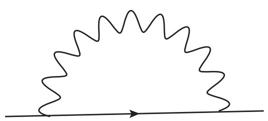


Não é finito

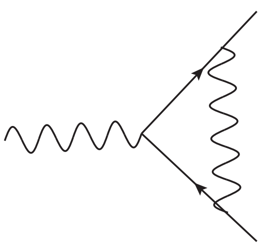
De volta a QED



Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}3} = -\frac{1}{4}(Z_3 - 1)\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}$

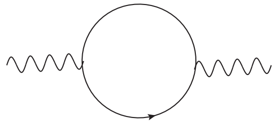


Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}2} = (Z_2 - 1)\left(\frac{i}{2}\bar{\Psi}\overleftrightarrow{\partial\!\!\!/}\,\Psi - m\bar{\Psi}\Psi\right)$

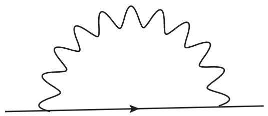


Não é finito

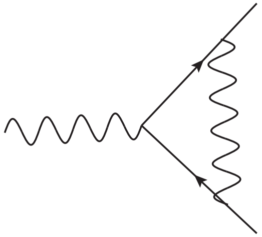
De volta a QED



Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}3} = -\frac{1}{4}(Z_3 - 1)\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}$



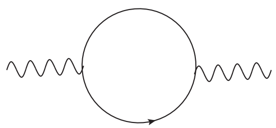
Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}2} = (Z_2 - 1)\left(\frac{i}{2}\bar{\Psi}\overleftrightarrow{\partial\!\!\!/}\Psi - m\bar{\Psi}\Psi\right)$



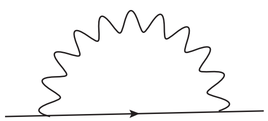
Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}1} = -e(Z_1 - 1)\bar{\Psi}A\!\!\!/\Psi$

Elementos de Teoria de Campos: Regularização e Renormalizaçã

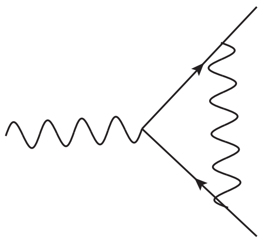
De volta a QED



Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}3} = -\frac{1}{4}(Z_3 - 1)\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}$



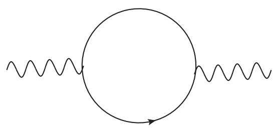
Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}2} = (Z_2 - 1)\left(\frac{i}{2}\bar{\Psi}\overleftrightarrow{\not\partial}\Psi - m\bar{\Psi}\Psi\right)$



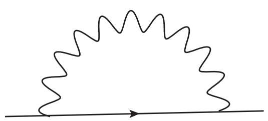
Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}1} = -e(Z_1 - 1)\bar{\Psi}\not{A}\Psi$

- $\mathcal{L} =$
$-\frac{1}{4}\mathcal{F}^2 + \frac{\hat{\mu}^2}{2}A^2 - \frac{\lambda}{2}(\partial\cdot A)^2 + \frac{i}{2}\bar{\Psi}\overleftrightarrow{\not\partial}\Psi - m\bar{\Psi}\Psi - e\bar{\Psi}\not{A}\Psi - \Delta_{\mathcal{L}1} - \Delta_{\mathcal{L}2} - \Delta_{\mathcal{L}3} + Z_2\delta m\bar{\Psi}\Psi$,
em que os $\Delta_{\mathcal{L}i}$ são calculados numa dada ordem de perturbação .

De volta a QED



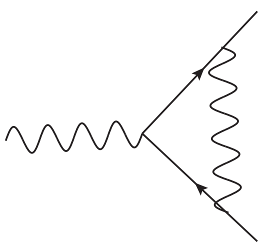
Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}3} = -\frac{1}{4}(Z_3 - 1)\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}$



Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}2} = (Z_2 - 1)\left(\frac{i}{2}\bar{\Psi}\overleftrightarrow{\not\partial}\Psi - m\bar{\Psi}\Psi\right)$

Identidades de Ward $\rightarrow Z_1 = Z_2$

Z_1 e Z_2 dependem da gauge. Z_3 e δm não .



Não é finito $\rightarrow \Delta_{\mathcal{L}1} = -e(Z_1 - 1)\bar{\Psi}\not{A}\Psi$

- $\mathcal{L} =$
  $-\frac{1}{4}\mathcal{F}^2 + \frac{\hat{\mu}^2}{2}A^2 - \frac{\lambda}{2}(\partial\cdot A)^2 + \frac{i}{2}\bar{\Psi}\overleftrightarrow{\not\partial}\Psi - m\bar{\Psi}\Psi - e\bar{\Psi}\not{A}\Psi - \Delta_{\mathcal{L}1} - \Delta_{\mathcal{L}2} - \Delta_{\mathcal{L}3} + Z_2\delta m\bar{\Psi}\Psi,$
  em que os $\Delta_{\mathcal{L}i}$ são calculados numa dada ordem de perturbação .

Elementos de Teoria de Campos: QCD

- $L_{QCD} = -\frac{1}{4}\, F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\upsilon} + \sum \bar{\Psi}_i (iD - m_\alpha)_{ij} \Psi_j$

Elementos de Teoria de Campos: QCD

- $L_{QCD} = -\frac{1}{4}\, F^{a}_{\mu\nu} F^{a\mu\upsilon} + \sum \bar{\Psi}_i (iD - m_{\alpha})_{ij} \Psi_j$
- Conjuntamente com a condição de gauge,
  $L_{GF} = -\frac{1}{2\xi}(\partial_{\mu} A^{a\mu})^2$

Elementos de Teoria de Campos: QCD

- $L_{QCD} = -\frac{1}{4}\, F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\upsilon} + \sum \bar{\Psi}_i (iD - m_\alpha)_{ij} \Psi_j$
- Conjuntamente com a condição de gauge, $L_{GF} = -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^{a\mu})^2$

O que requer um termo com fantasmas, $L_{GH} = \partial_\mu \bar{\varpi}^a \partial^\mu \varpi^a + g f^{abc} \partial_\mu \bar{\varpi}^a A^{b\mu} \varpi^c$

Elementos de Teoria de Campos: QCD

- $L_{QCD} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\upsilon} + \sum \bar{\Psi}_i (iD - m_\alpha)_{ij} \Psi_j$
- Conjuntamente com a condição de gauge, $L_{GF} = -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^{a\mu})^2$

O que requer um termo com fantasmas, $L_{GH} = \partial_\mu \bar{\varpi}^a \partial^\mu \varpi^a + g f^{abc} \partial_\mu \bar{\varpi}^a A^{b\mu} \varpi^c$

$$
\begin{aligned}
\Delta L \quad = \quad & -\frac{1}{4}(Z_3 - 1)(\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu)^2 - (Z_4 - 1)\, g\, f^{abc} \partial_\mu A^a_\nu A^{b\mu} A^{c\nu} - \\
& -\frac{1}{4} g^2 (Z_5 - 1) f^{abc} f^{ade} A^b_\mu A^c_\nu A^{d\mu} A^{e\nu} + \sum_{\alpha=1}^{n} (Z_2 - 1)\, i\, \bar{\Psi}^\alpha_i\, \gamma^\mu \partial_\mu\, \Psi^\alpha_i + \\
& +(Z_1 - 1) \sum_{\alpha=1}^{n} g\, \bar{\Psi}^\alpha_i\, \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} \Psi^\alpha_j\, A^a_\mu + (Z_6 - 1) \partial_\mu \bar{\varpi}^a \partial_\mu \varpi^a + \\
& +(Z_7 - 1) g f^{abc} \partial_\mu \bar{\varpi}^a A^{b\mu} \varpi_c - \sum_{\alpha=1}^{n} m_\alpha (Z_{m\alpha} - 1) \bar{\Psi}^\alpha_i\, \Psi^\alpha_i
\end{aligned}
$$

Elementos de Teoria de Campos: QCD

- $L_{QCD} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\upsilon} + \sum \bar{\Psi}_i (iD - m_\alpha)_{ij} \Psi_j$
- Conjuntamente com a condição de gauge, $L_{GF} = -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^{a\mu})^2$

O que requer um termo com fantasmas, $L_{GH} = \partial_\mu \bar{\varpi}^a \partial^\mu \varpi^a + g f^{abc} \partial_\mu \bar{\varpi}^a A^{b\mu} \varpi^c$

$$\begin{aligned}
\Delta L \quad = \quad & -\frac{1}{4}(Z_3 - 1)(\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu)^2 - (Z_4 - 1)\, g\, f^{abc} \partial_\mu A^a_\nu A^{b\mu} A^{c\nu} - \\
& -\frac{1}{4} g^2 (Z_5 - 1) f^{abc} f^{ade} A^b_\mu A^c_\nu A^{d\mu} A^{e\nu} + \sum_{\alpha=1}^{n} (Z_2 - 1)\, i\, \bar{\Psi}^\alpha_i\, \gamma^\mu \partial_\mu\, \Psi^\alpha_i + \\
& +(Z_1 - 1) \sum_{\alpha=1}^{n} g\, \bar{\Psi}^\alpha_i\, \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} \Psi^\alpha_j\, A^a_\mu + (Z_6 - 1) \partial_\mu \bar{\varpi}^a \partial_\mu \varpi^a + \\
& +(Z_7 - 1) g f^{abc} \partial_\mu \bar{\varpi}^a A^{b\mu} \varpi_c - \sum_{\alpha=1}^{n} m_\alpha (Z_{m\alpha} - 1) \bar{\Psi}^\alpha_i\, \Psi^\alpha_i
\end{aligned}$$

- Com agora as Identidades Ward-Takahashi-Slavnov-Taylor $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3} = \frac{Z_7}{Z_6} = \frac{\sqrt{Z_5}}{\sqrt{Z_3}}$

Elementos de Teoria de Campos: QCD

- $L_{QCD} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} + \sum \bar{\Psi}_i (iD - m_\alpha)_{ij} \Psi_j$
- Conjuntamente com a condição de gauge, $L_{GF} = -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^{a\mu})^2$

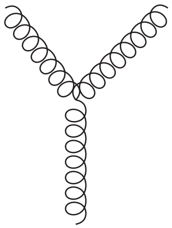
O que requer um termo com fantasmas, $L_{GH} = \partial_\mu \bar{\varpi}^a \partial^\mu \varpi^a + g f^{abc} \partial_\mu \bar{\varpi}^a A^{b\mu} \varpi^c$

$$\begin{aligned}
\Delta L \quad = \quad & -\frac{1}{4}(Z_3 - 1)(\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu)^2 - (Z_4 - 1)\, g\, f^{abc} \partial_\mu A^a_\nu A^{b\mu} A^{c\nu} - \\
& -\frac{1}{4} g^2 (Z_5 - 1) f^{abc} f^{ade} A^b_\mu A^c_\nu A^{d\mu} A^{e\nu} + \sum_{\alpha=1}^{n} (Z_2 - 1)\, i\, \bar{\Psi}^\alpha_i \, \gamma^\mu \partial_\mu \, \Psi^\alpha_i + \\
& +(Z_1 - 1) \sum_{\alpha=1}^{n} g\, \bar{\Psi}^\alpha_i \, \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} \Psi^\alpha_j \, A^a_\mu + (Z_6 - 1) \partial_\mu \bar{\varpi}^a \partial_\mu \varpi^a + \\
& +(Z_7 - 1) g f^{abc} \partial_\mu \bar{\varpi}^a A^{b\mu} \varpi_c - \sum_{\alpha=1}^{n} m_\alpha (Z_{m\alpha} - 1) \bar{\Psi}^\alpha_i \, \Psi^\alpha_i
\end{aligned}$$

- Com agora as Identidades Ward-Takahashi-Slavnov-Taylor $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3} = \frac{Z_7}{Z_6} = \frac{\sqrt{Z_5}}{\sqrt{Z_3}}$

Pôr a zero:
- Ghost kernels
- Ghost self-energy
- Gluon $\langle\langle AAAA \rangle\rangle$

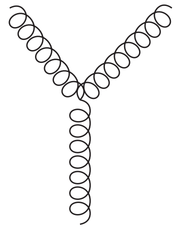
Elementos de Teoria de Campos: QCD



Temos para o vertice triplo de gluões a sequinte equação de Dyson

$$q_1^{\mu}\,\Gamma^{abc}_{\mu 1 \mu 2 \mu 3}(q_1, q_2, q_3) = D^{-1}_{\mu 2 \mu 3}(q_3) - D^{-1}_{\mu 2 \mu 3}(q_2)$$

Elementos de Teoria de Campos: QCD



Temos para o vertice triplo de gluões a sequinte equação de Dyson

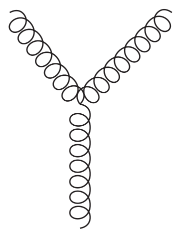
$$q_1^{\mu}\ \Gamma^{abc}_{\mu 1 \mu 2 \mu 3}(q_1, q_2, q_3) = D^{-1}_{\mu 2 \mu 3}(q_3) - D^{-1}_{\mu 2 \mu 3}(q_2)$$

- Com $D^{\mu\nu} = \frac{G(p^2)}{p^2}[\delta^{\mu\nu} - \frac{p^{\mu} p^{\nu}}{p^2}] + \xi \frac{p^{\mu} p^{\nu}}{p^4}$ e, por exemplo, I.W. para o vértice quark gluão $\Gamma^{a\mu}(q_1, q_2, q_3)$,

$$(1 + b^2(q_1))\ q_{1\mu}\ \Gamma^{a\mu}(q_1, q_2, q_3) =$$

$$g\ \frac{\lambda^a}{2}\ [S^{-1}(q_3) - S^{-1}(q_2)] + \Lambda^{0a}(q_1, q_2) S^{-1}(q_3) - \Lambda^{0a}(q_1, q_3) S^{-1}(q_2)$$

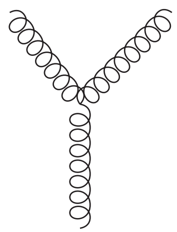
Elementos de Teoria de Campos: QCD



Temos para o vertice triplo de gluões a sequinte equação de Dyson
$q_1^{\mu}\ \Gamma^{abc}_{\mu 1 \mu 2 \mu 3}(q_1, q_2, q_3) = D^{-1}_{\mu 2 \mu 3}(q_3) - D^{-1}_{\mu 2 \mu 3}(q_2)$

- Com $D^{\mu\nu} = \frac{G(p^2)}{p^2}[\delta^{\mu\nu} - \frac{p^{\mu}p^{\nu}}{p^2}] + \xi \frac{p^{\mu}p^{\nu}}{p^4}$ e, por exemplo, I.W. para o vértice quark gluão $\Gamma^{a\mu}(q_1, q_2, q_3)$,
  $(1 + b^2(q_1))\ q_{1\mu}\ \Gamma^{a\mu}(q_1, q_2, q_3) =$
  $g\ \frac{\lambda^a}{2}\ [S^{-1}(q_3) - S^{-1}(q_2)] + \Lambda^{0a}(q_1, q_2)S^{-1}(q_3) - \Lambda^{0a}(q_1, q_3)S^{-1}(q_2)$
- E, nesta aproxiamção podemos resolver a série de Dyson para o Gluão . Obtemos: $G(p^2) \sim 1/p^2$ o que dá $1/p^4$ para o propagador do gluão , o que por sua vez implica a existencia de um $\mathcal{K}(r) \simeq \sigma r$.

Elementos de Teoria de Campos: QCD



Temos para o vertice triplo de gluões a sequinte equação de Dyson
$q_1^{\mu}\ \Gamma^{abc}_{\mu 1 \mu 2 \mu 3}(q_1, q_2, q_3) = D^{-1}_{\mu 2 \mu 3}(q_3) - D^{-1}_{\mu 2 \mu 3}(q_2)$

- Com $D^{\mu\nu} = \frac{G(p^2)}{p^2}[\delta^{\mu\nu} - \frac{p^{\mu}p^{\nu}}{p^2}] + \xi \frac{p^{\mu}p^{\nu}}{p^4}$ e, por exemplo, I.W. para o vértice quark gluão $\Gamma^{a\mu}(q_1, q_2, q_3)$,
  $(1 + b^2(q_1))\ q_{1\mu}\ \Gamma^{a\mu}(q_1, q_2, q_3) =$
  $g\ \frac{\lambda^a}{2}\ [S^{-1}(q_3) - S^{-1}(q_2)] + \Lambda^{0a}(q_1, q_2)S^{-1}(q_3) - \Lambda^{0a}(q_1, q_3)S^{-1}(q_2)$
- E, nesta aproxiamção podemos resolver a série de Dyson para o Gluão . Obtemos: $G(p^2) \sim 1/p^2$ o que dá $1/p^4$ para o propagador do gluão , o que por sua vez implica a existencia de um $\mathcal{K}(r) \simeq \sigma r$.
- Na prática são inúmeras os cálculos em gauges diferentes considerando ou não os fantasmas. Mas pelo facto de termos um kernel confinante a paisagem que obtemos para a física hadrónica é muito semelhante: de facto está protegida pela Quebra expontânea da Simetria Quiral $S\chi SB$.